



MATEMÁTICAS II



Escoger cuatro de los seis ejercicios siguientes

1ª (puntuación máxima: 2.5 puntos)

- Definir rango de una matriz explicando cada concepto que interviene en la definición.
- Sea A una matriz cuadrada de orden 3 cuyo rango es 2, ¿se alterará el rango de dicha matriz si a los elementos de una de sus columnas se les suman los correspondientes de otra de sus columnas? Razona la respuesta.

2ª (puntuación máxima: 2.5 puntos)

Determinar para qué valores del parámetro a el sistema

$$\begin{aligned} ax + y + a^2z &= 3 \\ -x - 7y + 8z &= 0 \\ x + a^3y + a^2z &= -3 \end{aligned}$$

admite como solución $x = 1, y = 1, z = 1$, y resolverlo en estos casos, comprobando que, efectivamente, $x = 1, y = 1, z = 1$ es solución del sistema. Razona las respuestas.

3ª (puntuación máxima: 2.5 puntos)

- Obtener, de forma razonada, la gráfica de una función continua $y = f(x)$ que cumpla las siguientes condiciones: $f(-2) = f(0) = f(2) = 0$, $f(-1) = 1$, $f(1) = -1$, $f'(-1) = f'(1) = 0$, $f'(x) < 0$ para $|x| < 1$, $f'(x) > 0$ para $1 < |x| < 2$, $f'(x) = -1$ para $|x| > 2$, $f''(x) < 0$ para $-2 < x < 0$, $f''(x) > 0$ para $0 < x < 2$.
- ¿ Existe algún punto donde $f(x)$ no sea derivable? ¿ Cuáles son los máximos y mínimos relativos de $f(x)$? ¿ Admite la función asíntotas? Justifica todas las respuestas.

4ª (puntuación máxima: 2.5 puntos)

Hallar el área del recinto limitado por el eje OX y la curva de ecuación

$$f(x) = x \sqrt{5 - x^2}.$$

Razona la respuesta.

5ª (puntuación máxima: 2.5 puntos)

El vector $a = 3i + j - k$ es perpendicular al plano π_1 y el vector $b = 2i - j + k$ es perpendicular a un segundo plano π_2 .

- Hallar el ángulo determinado por los dos vectores.
- ¿ Se intersecan los planos? Justifíquese la respuesta.
- Si los dos planos se intersecan, hallar, de forma razonada, un vector paralelo a la recta de intersección.

6ª (puntuación máxima: 2.5 puntos)

- Define elipse como lugar geométrico.
- Hallar el lugar geométrico de los puntos $P(x,y)$ del plano cuya distancia al punto $(4, 0)$ es la mitad de la distancia a la recta $x - 16 = 0$. ¿De qué tipo de curva se trata? Identifícala. Razona las respuestas.