



## MATEMÁTICAS II

☞ *Escoger cuatro de los seis ejercicios siguientes*

### Bloque 1 (puntuación 2,5 puntos)

- Si  $A$  es una matriz tal que  $A^2 = I$ , ¿se deduce que  $A = I$ ? En caso afirmativo, probarlo, y en caso negativo, proponer un ejemplo aclaratorio.
- Si  $A^3 = I$ , demostrar que  $A$  es inversible, y calcular, en función de  $A$ , su inversa.
- Probar que si  $AB = A$  y  $BA = B$ , entonces  $A^2 = A$ .  
( $I \equiv$  matriz unidad).

### Bloque 2 (puntuación 2,5 puntos)

- Dado un sistema de dos ecuaciones lineales con tres incógnitas, hallar las condiciones necesarias y suficientes para que la suma de dos soluciones, o el producto de una solución por un número real  $c \neq 1$  sea también solución.
- Definir sistemas de ecuaciones lineales equivalentes. Enunciar dos transformaciones elementales que conviertan un sistema de ecuaciones lineales en otro equivalente. Construir dos sistemas de dos ecuaciones lineales con tres incógnitas, equivalentes, tales que las ecuaciones del segundo sean distintas de las del primero.

Razonar las respuestas.

### Bloque 3 (puntuación 2,5 puntos)

- Definir mínimo relativo y mínimo absoluto.
- Como aplicación, demostrar que para cualquier valor positivo de  $x$ , se verifica la desigualdad

$$x + \frac{1}{x} \geq 2.$$

Razonar la respuesta.

### Bloque 4 (puntuación 2,5 puntos)

Hallar el área del recinto limitado por el eje de abscisas, la curva de ecuación  $y = \sqrt{x-2}$  y la tangente a dicha curva en el punto de la misma, de abscisa  $x = 6$ .

Razonar la respuesta.

### Bloque 5 (puntuación 2,5 puntos)

Dado el plano  $\pi \equiv 2x + 5y + 7z + 3 = 0$ , la recta  $s \equiv \begin{cases} x = 0 \\ y = \lambda + 1 \\ z = 2\lambda \end{cases}$  y el punto  $A(0, 7, 5)$ ,

- Determinar la ecuación de la recta  $r$  paralela al plano  $\pi$  que pase por el punto  $A$  y sea perpendicular a la dirección de la recta  $s$ .
- Determinar la posición del plano  $\pi$  y la recta  $s$ .
- Calcular la ecuación de la recta  $t$  que pase por  $A$  y corte perpendicularmente a  $s$ .

### Bloque 6 (puntuación 2,5 puntos)

Hallar el lugar geométrico de los puntos cuya diferencia de distancias a  $F(2, 0)$  y  $F'(-1, 0)$  es igual a  $1$ . ¿De qué tipo de cónica se trata? Hallar las ecuaciones de las rectas tangentes en los vértices.

Razonar las respuestas.