



## MATEMÁTICAS II

Escoge cuatro de los seis ejercicios propuestos.

### 1 (puntuación máxima 2.5 puntos)

Sea  $A = \begin{pmatrix} \lambda & 1 & 1 \\ -1 & 2 & \lambda \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$  donde  $\lambda$  es un número real.

- Halla los valores de  $\lambda$  para los cuales  $A$  no tiene inversa.
- Calcula el valor de  $b \in \mathbb{R}$  para el que la matriz  $bA$  tiene determinante 1.

### 2 (puntuación máxima 2.5 puntos)

Dado el sistema  $\begin{pmatrix} a & a & 0 \\ 0 & 1-a & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

- Determina para que valores de  $a$  el conjunto solución son los puntos de una recta.
- Halla un valor de  $a$  para el que se pueda construir un cuadrado de área 1 de modo que sus vértices sean soluciones del sistema. Razona las respuestas.

### 3 (puntuación máxima 2.5 puntos)

Determina las medidas de los lados de un rectángulo de área 1, de modo que la suma de las longitudes de tres de sus lados sea mínima.

### 4 (puntuación máxima 2.5 puntos)

Sea  $y = x^2 + 2x + 2$

Halla el área limitada por la curva, la recta tangente en el punto donde la función tiene un extremo y la tangente a la curva con pendiente 6.

### 5 (puntuación máxima 2.5 puntos)

Los puntos  $P(0,1,0)$  y  $Q(-1,1,1)$  son dos vértices de un triángulo y el tercero  $S$  pertenece a la

recta  $r : \begin{cases} x = 4 \\ z = 1 \end{cases}$

La recta que contiene a  $P$  y a  $S$  es perpendicular a la recta  $r$

- Determina las coordenadas de  $S$ .
- Calcula el área del triángulo  $PQS$ .

### 6 (puntuación máxima 2.5 puntos)

- Determina la ecuación que define el lugar geométrico de los puntos del plano que son centro de las circunferencias que pasan por los puntos  $P = (2,0)$  y  $Q = (0,1)$ .
- Una circunferencia de longitud  $2\pi$  que contiene al origen de coordenadas, está centrada en uno de los puntos del lugar geométrico definido en i). Calcula las coordenadas del centro de la circunferencia.