

# 5

## Expresiones algebraicas

### CURIOSIDADES MATEMÁTICAS

#### LA UTILIDAD DE LOS SÍMBOLOS

Un jeroglífico es un tipo de escritura propio de algunas antiguas civilizaciones como la egipcia. Utiliza símbolos escritos y cada símbolo representa un objeto o una idea.

François Viète (1540-1603) fue el primer matemático en introducir el uso de símbolos en Matemáticas. Trabajó con las primeras anotaciones algebraicas y utilizó en sus cálculos las letras minúsculas latinas: las vocales representaban magnitudes desconocidas y las consonantes, magnitudes conocidas.

Fue también el primero en reducir expresiones matemáticas a fórmulas y presentó métodos de resolución de ecuaciones de segundo, tercero y cuarto grado.



#### Investiga

1. Busca información acerca del significado de algunos símbolos de los jeroglíficos egipcios.  
¿Cuántos símbolos has encontrado?
2. Inventa símbolos para representar cantidades desconocidas.  
Explica por qué los has creado así.

### CÁLCULO MENTAL

Sumar el mismo número a los dos términos para que el segundo sea una decena

$$63 - 27 = 66 - 30 = 36$$

Diagram showing the adjustment: +3 is added to 63 to get 66, and +3 is added to 27 to get 30.

Restar el mismo número a los dos términos para que el segundo sea una decena

$$59 - 23 = 56 - 20 = 36$$

Diagram showing the adjustment: -3 is subtracted from 59 to get 56, and -3 is subtracted from 23 to get 20.

Calcula mentalmente.

$54 - 19 =$	$42 - 17 =$
$47 - 29 =$	$84 - 57 =$
$72 - 28 =$	$43 - 26 =$
$85 - 68 =$	$99 - 86 =$

Calcula mentalmente.

$35 - 11 =$	$64 - 23 =$
$79 - 51 =$	$86 - 53 =$
$45 - 22 =$	$75 - 24 =$
$74 - 52 =$	$79 - 54 =$

# 1 Expresar enunciados mediante una expresión algebraica

Una **expresión algebraica** es un conjunto de números y letras unidos por los signos de las operaciones matemáticas.

Expresa mediante una expresión algebraica estos enunciados:

– El doble de un número más 12  $\rightarrow 2 \cdot x + 12$

– La mitad de un número menos 4  $\rightarrow \frac{x}{2} - 4$

1. Expresa cada enunciado mediante una expresión algebraica.
  - a) El doble de un número menos 10 ▶
  - b) La suma de un número y su doble ▶
  - c) El triple de un número más 9 ▶
  - d) El triple de un número menos su doble ▶
  - e) El cuadrado de un número más 5 ▶
  - f) El cuadrado de un número más su doble ▶
2. Lee y expresa mediante una expresión algebraica.
  - a) El perímetro de un cuadrado.
  - b) El área de un cuadrado.
  - c) El perímetro de un triángulo equilátero.
  - d) El área de un rectángulo.
3. Expresa mediante una expresión algebraica.
  - a) La edad de Luis dentro de 5 años ▶
  - b) La edad de Ana hace 5 años ▶
  - c) La suma de la edad de Laura y la de su madre ▶
  - d) A la edad de Irene le restas la edad de Julio y el resultado es 20 ▶
  - e) Al doble de la edad de Gustavo le restas 14 y el resultado es 18 ▶
4. Inventa un enunciado para cada expresión algebraica.
  - a)  $x + 3$  ▶
  - b)  $2x - 7$  ▶
  - c)  $x^2 + x$  ▶

## 2 Calcular el valor numérico de una expresión algebraica

El **valor numérico** de una expresión algebraica es el número que resulta al sustituir las letras por números y realizar las operaciones indicadas.

¿Cuál es el valor numérico de la expresión  $x^2 + 5$  para  $x = 3$ ?

$$x^2 + 5 \xrightarrow{x=3} 3^2 + 5 = 9 + 5 = 14$$

5. Calcula el valor de cada expresión algebraica.

Expresión algebraica	Valores	Valor numérico de la expresión
$2x + 3$	$x = 2$	$2 \cdot 2 + 3 = 7$
$5x - 8$	$x = 4$	
$x^2 + 10$	$x = -4$	
$3x + 2y$	$x = -1 \quad y = 1$	
$x^2 + y + 5$	$x = 1 \quad y = -2$	
$4x^2 + y^2$	$x = -1 \quad y = -1$	

6. Escribe la expresión algebraica asociada y calcula su valor para un valor de la letra igual a 1.

- El doble de un número más su triple.
- El cuadrado de un número menos su doble.
- La mitad de un número más el número menos 3.
- El cubo de un número, más su cuadrado, menos el número.

7. Escribe la expresión algebraica y calcula su valor para los valores de las letras 2 y 3.

- El perímetro de un rectángulo.
- La suma de un número más el triple de otro.



### 3 Identificar monomios

Un **monomio** es una expresión algebraica formada por el producto de un número y una o varias letras.

El número es el **coeficiente** y las letras con sus exponentes son la **parte literal**.

El **grado** de un monomio es la suma de los exponentes de su parte literal.

Monomio:  $3x^2y$       Coeficiente ► 3      Parte literal ►  $x^2y$       Grado ►  $2 + 1 = 3$

8. Rodea las expresiones que no son monomios y explica por qué no lo son.

a)  $2xy$

b)  $2x + 3y$

c)  $x^2y^3$

d)  $x^3 + y$

9. Completa la tabla.

Monomio	$2xy$	$-5x^2y$	$5xy^2$	$\frac{3}{2}x^2y^2$	$-\frac{1}{5}xy^2z^2$	$-7x^3yz^2$
Coeficiente						
Parte literal						
Grado						

10. Inventa y escribe dos monomios de cada tipo.

a) El coeficiente es 5 y el grado 2.

b) El coeficiente es  $-3$  y el grado 3.

c) Su parte literal es  $x^2y^3$ .

d) El coeficiente es un medio y el grado es 4.

e) El coeficiente es tres décimos y el grado es 5.

f) Su parte literal contiene una potencia de  $x$  y otra de  $z$ .

## 4 Sumar y restar monomios semejantes

- **Monomios semejantes** son los monomios que tienen la misma parte literal.
- **Monomios opuestos** son monomios semejantes cuyos coeficientes son números opuestos.

Monomios semejantes:  $5xy - 3xy + \frac{1}{7}xy$

Monomios opuestos:  $2xy - 2xy$

- Para **sumar monomios semejantes** se suman los coeficientes y se deja la misma parte literal.
- Para **restar monomios semejantes** se suma al primero el opuesto del segundo.

Suma de monomios semejantes:  $4xy + 3xy + xy = (4 + 3 + 1)xy = 8xy$

Resta de monomios semejantes:  $10xy - 3xy = 10xy + (-3)xy = (10 - 3)xy = 7xy$

### 11. Suma.

a)  $2x + 5x =$

d)  $6y + 7y =$

g)  $2xy + 3xy =$

b)  $4x^2 + 7x^2 =$

e)  $4y^5 + 8y^5 =$

h)  $4x^2y + 6x^2y =$

c)  $5x^3 + 8x^3 =$

f)  $5y^7 + 4y^7 =$

i)  $7x^6y^3 + 8x^6y^3 =$

### 12. Resta.

a)  $6x - 2x =$

d)  $5y - y =$

g)  $9xy - 6xy =$

b)  $7x^4 - 3x^4 =$

e)  $8y^2 - 5y^2 =$

h)  $12xy^5 - 8xy^5 =$

c)  $8x^7 - 5x^7 =$

f)  $9y^8 - 2y^8 =$

i)  $20x^2y^6 - 9x^2y^6 =$

### 13. Suma los monomios semejantes.

a)  $2x + y + 3x + x$

d)  $2a^4 + 4b + 3a^4$

g)  $4x^2y + 5x^2y - 3x^2$

b)  $8x + 2y + x$

e)  $5a + 7b^6 + 5b^6$

h)  $9x^5 + 7xy^5 + 8xy^5$

c)  $6x^2 + 4x^2 + 5y$

f)  $5b^3 + 7a + 9b^3$

i)  $10x^7y + x^7 + 12x^7y$

### 14. Resta los monomios semejantes.

a)  $12x - 3x - y$

c)  $8a^5 - 2a^5 - 5b$

e)  $9x^2y^3 - 6x^2y^3 - 7y^2$

b)  $15y^3 - 2x^3 - 7y^3$

d)  $9a^7 - 4b - 3a^7$

f)  $10y^3 + 12xy^3 - 9xy^3$

## 5 Multiplicar y dividir monomios

• Para **multiplicar dos o más monomios** se multiplican sus coeficientes y se multiplican sus partes literales.

• Para **dividir monomios** se dividen sus coeficientes y se dividen sus partes literales.

Multiplicación de monomios:  $3x \cdot 5xy = (3 \cdot 5) x \cdot xy = 15x^{1+1} y = 15x^2y$

División de monomios:  $12x^4 : 6x^2 = (12 : 6) (x^4 : x^2) = 2x^{4-2} = 2x^2$

15. Multiplica.

a)  $2x \cdot 4x =$

e)  $3x^2 \cdot 5x =$

i)  $4a^3 \cdot 2a^2 =$

b)  $-3x \cdot 2x =$

f)  $-2x^2 \cdot 5x^5 =$

j)  $-3a^5 \cdot 5a^6 =$

c)  $5y \cdot -6y =$

g)  $-4y^4 \cdot -2y^2 =$

k)  $-5ab^3 \cdot (-4a^3b^2) =$

d)  $-3y \cdot -2y =$

h)  $5y^2 \cdot -4y^6 =$

l)  $a^7b \cdot (-2ab^2) =$

16. Divide.

a)  $4x^2 : 2x =$

e)  $12x^6 : 2x^2 =$

i)  $-14a^{12} : (-7a^4) =$

b)  $6x^2 : (-2x) =$

f)  $-15x^9 : 3x^3 =$

j)  $20a^{10} : (-5a^2) =$

c)  $-8y^3 : 4y =$

g)  $10y^8 : (-5y^4) =$

k)  $-32a^2b^8 : (-8ab^4) =$

d)  $-9y^3 : (-3y) =$

h)  $-21y^{10} : (-7y^2) =$

l)  $10a^4b^6 : (-2a^2b^3) =$

17. Completa los huecos para que las igualdades sean ciertas.

a)  $\square x^4 \cdot 2x^3 = 6x\square$

e)  $6x^5 \cdot \square x^2 = -18x\square$

b)  $\square y^5 \cdot (-3y\square) = 9y^8$

f)  $(-2y\square) \cdot \square y^3 = -14y^7$

c)  $\square a^6 : 2a^3 = 5a\square$

g)  $(-12b^5) : \square b^2 = -3b\square$

d)  $\square a^5 : (-2a\square) = -3a^4$

h)  $8b\square : \square b^6 = 4b^3$

18. Piensa y escribe.

a) Tres multiplicaciones de monomios que den como resultado  $12x^8$ .

b) Tres divisiones de monomios que den como resultado  $6y^2$ .

## 6 Calcular operaciones combinadas con monomios

Para calcular **operaciones combinadas con monomios** sigue estos pasos:

- 1.º Calcula las operaciones que hay entre los paréntesis.
- 2.º Calcula las multiplicaciones y divisiones de izquierda a derecha.
- 3.º Calcula las sumas y las restas de izquierda a derecha.

$$6x^3y^2 - (4x^5 : 2x^2) \cdot (y^7 : y^5) + x^3y^2 = 6x^3y^2 - 2x^3 \cdot y^2 + x^3y^2 = 4x^3y^2 + x^3y^2 = 5x^3y^2$$

19. Calcula.

a)  $2x \cdot (3x^2 - x^2 + 5x^2) + 6x^3$

e)  $x^2 \cdot (4x + 2x - 3x) + 4x \cdot (x^3 : x)$

b)  $(-3x^2) \cdot (x^3 - 2x^3 - 4x^3) : 5x^4$

f)  $10x^4 : (2x^2 \cdot 5x) - x^2 + 6x + 8x^2$

c)  $2x \cdot 3x^2 : x + 4x \cdot x^3 : 2x^2$

g)  $20x^5 : (3x^3 - 2x^3 + 4x^3) + 8x^4 : 2x^2$

d)  $5x^4 : x^2 + x^2 \cdot x - 6x^2 + 3x^3$

h)  $4x^2 \cdot 2x^3 - 8x^3 : x^2 + 4x^5 - 6x - 2x^5$

20. Opera.

a)  $3x \cdot (5x^2 + 6x^2) - (2x^2 \cdot 4x) : 8x^3 - 7x^3$

b)  $8x^2 \cdot \left(\frac{1}{2}x + 3x\right) + 7x^3 - 12x^5 + 2x^2 \cdot x^3$

c)  $12y^6 - (3y^7 : y^3) \cdot 2y^2 + 6y \cdot y^4 - y^3 \cdot 2y^3$

d)  $(-8y^5) : (4y^7 : 2y^3) + 2y^2 \cdot 3y^3 - 7y + 4y^5$

## 7 Identificar los elementos de un polinomio

Un **polinomio** es una expresión algebraica formada por la suma o resta de monomios no semejantes. Cada monomio es un **término** del polinomio.

El término que no tiene parte literal se llama **término independiente**.

El **grado** de un polinomio es el mayor de los grados de todos sus términos.

Polinomio:  $2x^2y - 3xy + 4x^2y^2 + 7$       Términos ►  $2x^2y$      $-3xy$      $4x^2y^2$      $7$   
 Término independiente ►  $7$   
 Grado ►  $2 + 2 = 4$

21. Completa la tabla.

Polinomio	Términos	Término independiente	Grado
$-2x^2 + 6x - 2$			
$-4x + 5x^3 - x + 8$			
$x^2 - 2x^4 + 3x - \frac{2}{5}$			
$\frac{1}{6}x^5 + 5x^4 - 2x^3 + 11$			

22. Observa el polinomio y escribe.

$$-2x^5 + 3x^4 - \frac{3}{5}x^3 + x^4y - 2x^2y^2 + 6x^2$$

- |                                |                                  |
|--------------------------------|----------------------------------|
| a) Los términos de grado 5.    | d) Los términos de grado 4.      |
| b) Los términos de grado 3.    | e) Los términos de grado 2.      |
| c) ¿Tiene términos de grado 1? | f) ¿Tiene término independiente? |

23. Piensa y escribe.

- Un polinomio de grado 3 sin término independiente.
- Un polinomio con grado 4 con término independiente.
- Un polinomio con grado 5 con las variables  $x$  e  $y$ .



## 8 Sumar y restar polinomios

- Para **sumar polinomios** se suman los monomios semejantes y se deja indicada la suma de los monomios semejantes.
- El **polinomio opuesto** de un polinomio es el que se obtiene al cambiar de signo los coeficientes de todos sus términos.
- Para **restar polinomios** se suma al primer polinomio el opuesto del segundo.

24. Observa los polinomios y calcula.

$$P(x) = 5x^3 + 2x^2 - 4x + 6$$

$$Q(x) = 2x^3 - 3x^2 - 6x + 9$$

a)  $P(x) + Q(x)$

b)  $P(x) - Q(x)$

c)  $Q(x) - P(x)$

25. Observa los polinomios y calcula.

$$A(x) = 3x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 2x + 5$$

$$B(x) = -2x^4 + 5x^3 - x^2 + 3x - 12$$

$$C(x) = -x^3 + 7x^2 - 8x$$

a)  $A(x) + B(x)$

b)  $A(x) + C(x)$

c)  $B(x) + C(x)$

d)  $A(x) - B(x)$

e)  $A(x) - C(x)$

f)  $B(x) - C(x)$

g)  $A(x) + B(x) + C(x)$

h)  $A(x) - B(x) - C(x)$

## 9 Aplicar las igualdades notables

- El **cuadrado de una suma de monomios,  $a$  y  $b$** , es igual al cuadrado del primero más el doble del producto del primero por el segundo más el cuadrado del segundo.

$$(a + b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

- El **cuadrado de una diferencia de monomios,  $a$  y  $b$** , es igual al cuadrado del primero menos el doble del producto del primero por el segundo más el cuadrado del segundo.

$$(a - b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

- Si  $a$  y  $b$  son monomios, **el producto de su suma por su diferencia** es igual a la diferencia de sus cuadrados.

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$

26. Calcula el cuadrado de estas sumas de monomios.

a)  $(2 + x)^2 =$

b)  $(4 + y)^2 =$

c)  $(2x + y)^2 =$

d)  $(3y + 4x)^2 =$

e)  $\left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{5}y\right)^2 =$

27. Calcula el cuadrado de estas diferencias de monomios.

a)  $(3 - x)^2 =$

b)  $(5 - y)^2 =$

c)  $(3x - y)^2 =$

d)  $(4x - 2y)^2 =$

e)  $\left(\frac{2}{3}x - \frac{1}{7}y\right)^2 =$

28. Calcula.

a)  $(x + 1) \cdot (x - 1) =$

b)  $(x + 3) \cdot (x - 3) =$

c)  $(2x + 1) \cdot (2x - 1) =$

d)  $(4x + 5y) \cdot (4x - 5y) =$

e)  $\left(\frac{1}{3}x + \frac{1}{5}y\right) \cdot \left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{5}y\right) =$

29. Piensa y escribe cada expresión como el cuadrado de una suma.

a)  $x^2 + 6x + 9 =$

d)  $x^2 + 8x + 16 =$

b)  $y^2 + 10y + 25 =$

e)  $y^2 + 14y + 49 =$

c)  $4x^2 + 12x + 9 =$

f)  $9x^2 + 30x + 25 =$

30. Escribe cada expresión como el cuadrado de una diferencia.

a)  $x^2 - 4x + 4 =$

d)  $x^2 - 6x + 9 =$

b)  $y^2 - 8y + 16 =$

e)  $y^2 - 12y + 36 =$

c)  $4x^2 - 8x + 4 =$

f)  $4x^2 - 16x + 16 =$

31. Escribe cada expresión como una suma por una diferencia.

a)  $x^2 - 4 =$

d)  $x^2 - 16 =$

b)  $y^2 - 25 =$

e)  $y^2 - 49 =$

c)  $4x^2 - 9 =$

f)  $9x^2 - 25 =$

32. Observa las igualdades y completa los huecos que faltan.

a)  $(x + \square)^2 = x^2 + \square x + 9$

b)  $(x + \square)^2 = x^2 + \square x + 16$

c)  $(x - \square)^2 = x^2 - \square x + 25$

d)  $(x - \square)^2 = x^2 - \square x + 81$

e)  $4^2 - 3^2 = (\square + 3) \cdot (4 - \square)$

f)  $\square^2 - 4^2 = (5 + \square) \cdot (5 - \square)$

33. Calcula. Expresa cada diferencia de cuadrados como suma por diferencia.

a)  $20^2 - 19^2 =$

d)  $31^2 - 30^2 =$

b)  $200^2 - 199^2 =$

e)  $500^2 - 499^2 =$

c)  $200^2 - 198^2 =$

f)  $700^2 - 697^2 =$



## REPASA LO APRENDIDO

1 Calcula.

a)  $3x + 2x - x$

d)  $4x - 2x + 5x$

g)  $6x - 2x - 3x$

b)  $3xy + 2xy - xy$

e)  $-3xy + 2xy - 5xy$

h)  $-6xy - 2xy + 4xy$

c)  $6x^2y - 3x^2y + 2x^2y$

f)  $-2x^2y + 3x^2y - 4x^2y$

i)  $4x^2y - 3x^2y - 5x^2y$

 Escribe la descomposición de cada número.

a)  $1,234 = 1 \text{ unidad} + 2 \text{ décimas} + \dots$   
 $= 1 + 0,2 + \dots$

NO HACER

b)  $3,167 =$

c)  $25,2894 =$

d)  $8,9753 =$

 Calcula.


NO

a)  $12,78 + 9,896 + 435,9$

b)  $3,895 \cdot 1,25$

c)  $74,9 - 29,78 + 276,043$

d)  $34,9 \cdot 0,032$

 Multiplica y divide por la unidad seguida de ceros.

NO

a)  $3,4 \cdot 10 =$

e)  $1,2 \cdot 10 =$

i)  $0,34 \cdot 10 =$

b)  $1,24 \cdot 100 =$

f)  $2,6 \cdot 100 =$

j)  $0,4 \cdot 100 =$

c)  $43,2 : 10 =$

g)  $2,7 : 10 =$

k)  $0,9 : 10 =$

d)  $4,7 : 100 =$

h)  $5,84 : 100 =$

l)  $0,12 : 100 =$